

21 a12高数指導法03 数Ⅱ 数学的帰納法による不等式の証明◆ $\prod (1-a_k) > 1 - \sum a_k$

【問題】 次のような問題 A が出題されたとき、B 君は次の様な答案を書いた。
あなたは、B 君にどのような指導をしますか。

[問題 A] 数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ の各項が 1 より小さい正の数で
あるとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。ただし、 $n \geq 2$ とする。

$$(1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_n) > 1-(a_1+a_2+\cdots+a_n)$$

[B 君の答案]

- ① 各項を a, b とする。($a, b < 1$)
- ② $C = (1-a)(1-b) = 1 + (-b-a) + ab$
- ③ $D = 1 - (a+b) = 1 + (-a-b)$
- ④ $C - D = \{(1-a)(1-b)\} - \{1 - (a+b)\} = ab$
- ⑤ C の方が大きいことがわかるので、
- ⑥ $(1-a_1)(1-a_2)\cdots(1-a_n) > 1 - (a_1+a_2+\cdots+a_n)$ が成り立つ。
- ⑦ しかし、各項は 1 より小さく、各項が 2 個以上のときである。

ただし、[B 君の答案] の中に書かれている①～⑧は B 君に対する指導案作成のためにつけたものであって、B 君が書いたものではない。

《B 君に対する指導案》

※裏に続く→

班番号 解答作成者：学生番号 名前 得点：
採点者：学生番号 名前

20a14高数指導法04 数Ⅱ 数学的帰納法による不等式の証明◆ $\prod (1-a_k) > 1 - \sum a_k$

解答作成者：学生番号

名前

得点：

採点者：学生番号

名前