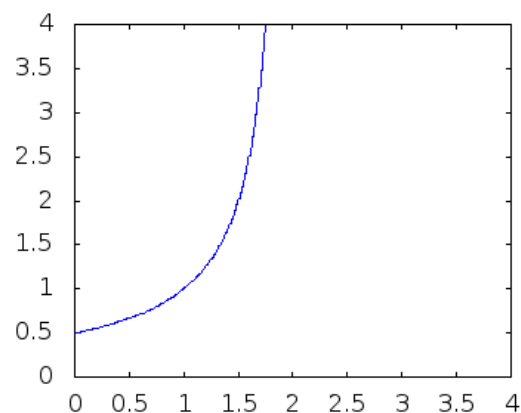
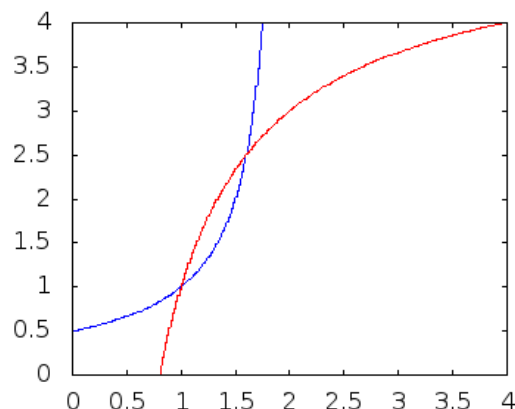


$a > 0, b > 0$ で、 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ の最小値はいくらか？

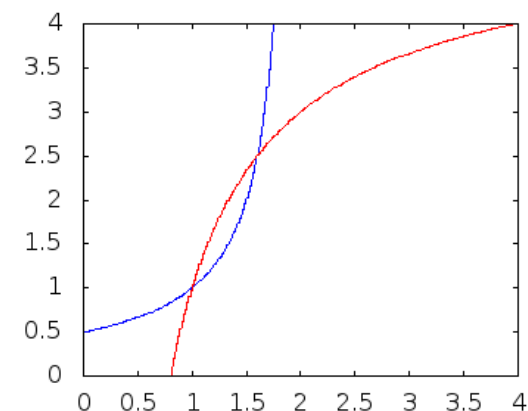
$a + \frac{1}{b}$ は、 $(a, b) = (1, 1)$ なら、 $a + \frac{1}{b} = 2$
 ab 平面でこの方程式のグラフを考えると、



$(a, b) = (1, 1)$ のとき、 $b + \frac{4}{a} = 5$
 先ほどの ab 平面にこの方程式のグラフを書き加えると、



このとき、 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = 10$



[プロジェクタでグラフを写す部分]

- ・ 黒板を 3 分割し、右側をプロジェクタ映写部分とする。
- ・ グラフは、maxima on line を用いて生徒の前で描画。
- ・ 2 変数関数の条件付き最大、最小問題として、グラフを見ながら必要な解説を口頭で加える。
- ・ 最初のグラフの maxima command

f:a+1/b; g:b+4/a;

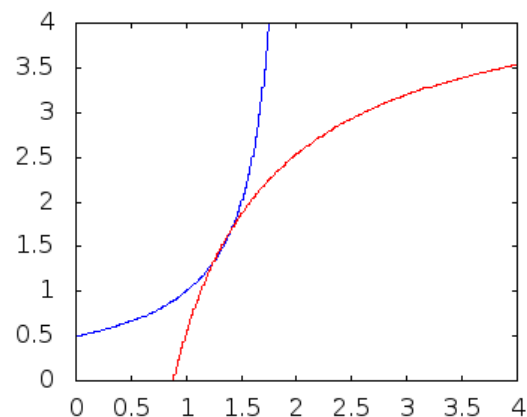
p:0.001; q:4; i:2;

wxdraw2d(implicit(f=i,a,p,q,b,p,q))\$

①タイトルはヘッダーに書く。「挿入→ヘッダー→ヘッダーの編集」で編集できる。「ESC」で編集終了。②.黒板を 3 分割し、プロジェクタ映写部分は右端とする。③ファイル名は「教方 m 第 12 回板書計画(2 班 X14001 名前).docx」

$a = \frac{5}{4}$ とすると、最初の方程式で $b = \frac{4}{3}$
 このとき、 $b + \frac{4}{a} = \frac{68}{15}$ となる。

最初の ab 平面にこの方程式のグラフを書き加えると



このとき、 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = \frac{136}{15} < 10$

$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ が最小となるのは、
 赤のグラフが青のグラフに接するとき。

よって、 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = k$ として、

展開すると、 $ab + (5 - k) + \frac{4}{ab} = 0$

そこで、 $ab = t$ として、接するのは、

$$t^2 + (5 - k)t + 4 = 0$$

この方程式が 2 重解をもつときだから、

$$\text{判別式 } D = (5 - k)^2 - 16 = 0$$

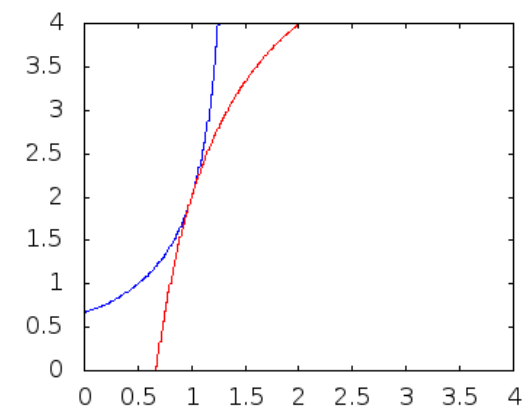
よって、 $k = 1, 9$

$k = 1$ のとき、 $t = ab = -2$ となり不適。

$k = 9$ のとき、 $t = ab = 2$ となり適。

よって、最小値は 9。例えば、

$(a, b) = (1, 2)$ のとき、 $a + \frac{1}{b} = \frac{3}{2}$ 、 $b + \frac{4}{a} = 6$



[プロジェクタでグラフを写す部分]

・最後のグラフの maxima command

f:a+1/b;

g:b+4/a;

p:0.001;

q:4;

i:3/2;

j:6;

wxdraw2d(implicit(f=i,a,p,q,b,p,q),color=red,implicit(g=j,a,p,q,b,p,q))\$

①タイトルはヘッダーに書く。「挿入→ヘッダー→ヘッダーの編集」で編集できる。「ESC」で編集終了。②.黒板を 3 分割し、プロジェクタ
 映写部分は右端とする。③ファイル名は「教方 m 第 12 回板書計画(2 班 X14001 名前).docx」